

## Vermessungsaktionen auf dem Schulhof

Beim Vermessen auf dem Schulhof schlüpfen Schülerinnen und Schüler in die Rolle von Landschaftsgärtnern. Mit einfachen Geräten ausgerüstet wie Zollstock, Schnur und Holzlatten werden die Vermessungsübungen auf dem Schulgelände in kleinen Gruppen durchgeführt. Dabei werden geometrische Regeln, speziell der **Satz des Pythagoras**, praktisch erprobt.

Geographische Grundkenntnisse – wie der Umgang mit Karte und Maßstab – werden angewandt. Je nach Fachunterricht kann auf den einen oder den anderen thematischen Zusammenhang ausführlicher eingegangen werden.

Für die Vorbereitung im Klassenraum und die Übung auf dem Schulhof werden den Schülerinnen und Schülern Planzeichnungen und Feldbuchblätter mit Tabellen an die Hand gegeben. So bleiben alle Schritte nachvollziehbar.

Für das Abstecken auf dem Schulhof und für die Höhenmessung sollten jeweils ca. 45 Minuten eingeplant werden.

### Vermessung – Wozu?

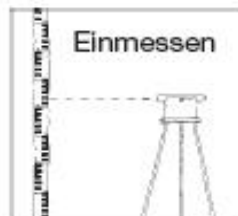
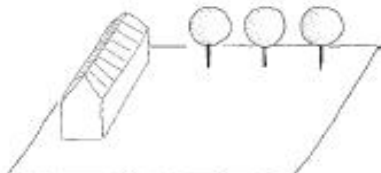
Eine Planungs idee, z. B. für die Begrünung eines Schulhofs, entsteht zunächst im Kopf. Bis der erste Baum gepflanzt werden kann, sind noch einige Schritte nötig. In der Regel wird zuerst ein Plan gezeichnet, damit alle Beteiligten die Planidee sehen und sich darüber austauschen können. Damit die Planidee mit dem wirklichen Schulhof auch zusammenpasst, wird als erstes das Schulgelände vermessen und maßstabsgerecht aufgezeichnet. Oft sind solche Lagepläne beim Katasteramt der Stadt bereits vorhanden und müssen nur ergänzt werden.

**Einmessen** – Der Plan ist ein verkleinertes Abbild der Realität, denn ein Plan mit den Originalmaßen würde an keine Wand passen und wäre sehr unpraktisch. Damit alle Gegenstände im Plan die gleichen Proportionen haben wie draußen auf dem Schulhof, werden sie genau vermessen und alle Maße gleich stark verkleinert in den Plan übertragen. Das Gelände wird durch einen Vermessungsschritt in den Plan eingemessen. Ein Bestandsplan wird gezeichnet. In diese Grundlage wird ebenfalls maßstäblich die Gestaltungsidee eingetragen, z. B. ein Sitzplatz mit einem Baum.

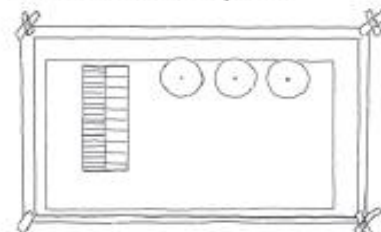
**Abstecken** – Der Plan ist die Grundlage für die praktische Umsetzung der Idee auf dem Schulgelände, also für Bauarbeiten. Aus dem Plan lassen sich alle Maße ablesen und mit Markierungskreide oder Absteckschnüren und Pflöcken in das Gelände übertragen. Die Planidee wird durch einen Vermessungsschritt im Gelände abgesteckt.

## Vermessung – Wozu?

Vom Gelände

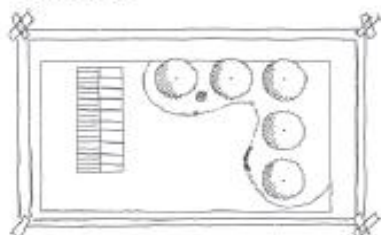


in den Bestandsplan

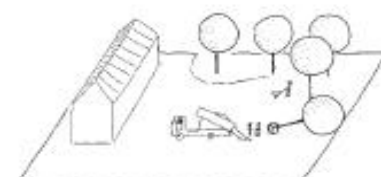


Nach dem Einmessen entsteht der Bestandsplan. Jetzt können Planungsideen eingezeichnet werden.

Vom Plan

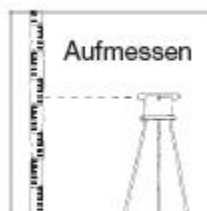
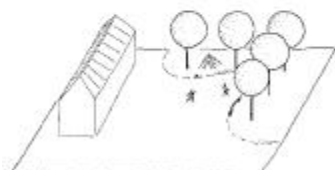


ins Gelände

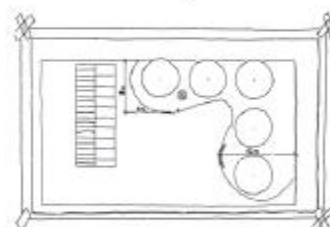


Der Plan ist Grundlage für die Baumaßnahmen. Alle Maße werden aus dem Plan ins Gelände übertragen.

Vom Gelände



in den Aufmassplan



Nach Abschluss der Baumaßnahmen wird festgestellt, ob alles nach Plan gebaut ist und wie viel Material verbraucht wurde.

**Aufmessen** – Wird eine Planung von einer Garten- und Landschaftsbaufirma umgesetzt, so ist die Vermessung ein Instrument zur Feststellung der erbrachten Leistungen. Nach Abschluss der Baumaßnahme wird ein genaues Aufmaß erstellt, aus dem z. B. die verwendeten Materialmengen für den Auftraggeber ersichtlich werden. Das Schlussummaß ist Grundlage für deren Abrechnung. Vermessung ist also ein Instrument dafür, Informationen zwischen dem Plan/der Zeichnung und dem realen Gelände, hier dem Schulhof, zu transportieren. Vermessung ist somit die Grundlage für Planen und Bauen. Damit ist Vermessung eine Form der praktisch angewandten Geometrie, also Mathematik.

## 1. Mathematische Grundlagen

### Pythagoras vorwärts und rückwärts

Der Satz des Pythagoras über die Längenverhältnisse der Seiten im rechtwinkligen Dreieck lautet:

**Beim rechtwinkligen Dreieck ist der Flächeninhalt des Quadrats über der Hypotenuse genauso groß wie die Summe der Flächeninhalte der zwei Kathetenquadrate.**

Der Satz wird zeichnerisch über die sogenannte Pythagorasfigur verdeutlicht, die auf der Folie abgebildet ist. Der rechte Winkel liegt immer gegenüber der längsten Seite, also der Hypotenuse.

Der Satz als Formel ausgedrückt lautet für das rechtwinklige Dreieck ABC mit der Seite c als Hypotenuse:  **$c^2 = a^2 + b^2$**

#### **Vorwärts – Der Satz des Pythagoras:**

**Wenn ein Dreieck rechtwinklig ist, dann gilt:  $c^2 = a^2 + b^2$**

Beim Vermessen auf dem Schulhof wird der Satz des Pythagoras „rückwärts“ angewendet.

#### **Rückwärts – Kehrsatz zum Satz des Pythagoras:**

**Wenn in einem Dreieck  $c^2 = a^2 + b^2$  gilt, dann ist das Dreieck rechtwinklig**

Der Satz des Pythagoras wird „rückwärts“ angewendet, um einen rechten Winkel zu konstruieren. Dazu müssen die drei Seitenlängen 3, 4 und 5 (Pythagoräische Zahlen) zu einem Dreieck aneinandergelegt werden. Gegenüber der längsten Seite ergibt sich, wenn alles genau gemessen ist, der rechte Winkel.

### Das magische Zahlendreieck

Jeder Landschaftsgärtner kennt mindestens ein magisches Zahlendreieck, mit dem sich im Gelände sehr einfach ein rechtwinkliges Dreieck, also ein rechter Winkel herstellen lässt. Die Seitenlängen dieses magischen Zahlendreiecks sind sogenannte Pythagoräische Zahlen. Die Bedingung ist, dass sich die drei ganzen Zahlen in die Gleichung des Satzes von Pythagoras einsetzen lassen. Das geht zum Beispiel mit den Zahlen 3, 4 und 5.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

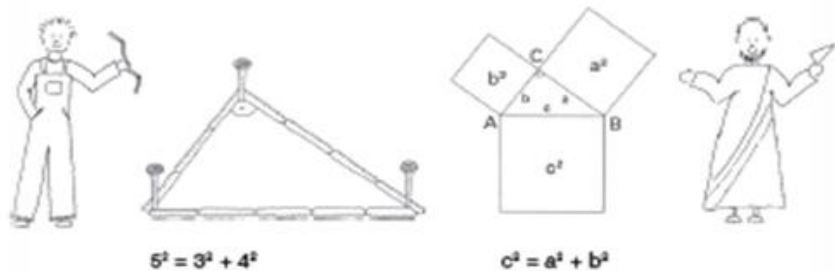
$$5^2 = 3^2 + 4^2$$

$$25 = 9 + 16$$

Schnelle Rechner können vielleicht noch mehr magische Zahlendreiecke finden? Beim Abstecken oder Abmessen auf dem Schulhof können verschiedene Maßeinheiten verwendet werden. Das Zahlenverhältnis ändert sich dadurch nicht.

### Das magische Zahlendreieck

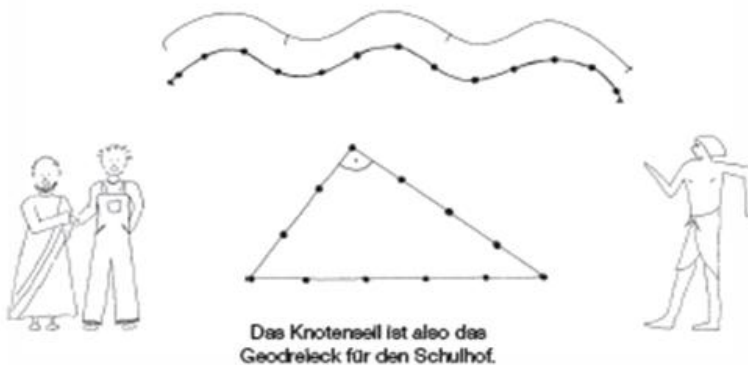
Beim Abstecken im Gelände werden oft rechte Winkel gebraucht. Am einfachsten geht das mit den Pythagoräischen Zahlen wie 3, 4 und 5. Ein Dreieck mit diesen Seitenlängen ist immer rechtwinklig. Die Seitenlängen werden mit einem Zollstock abgemessen und zu einem Dreieck aneinandergelegt. Gegenüber der längsten Seite entsteht der rechte Winkel.



Im rechtwinkligen Dreieck gilt der Satz von Pythagoras:

Das Flächenquadrat über der Hypotenuse ist gleich der Summe der Flächenquadrate über den Katheten.

Noch einfacher geht es mit einem Knotenseil. Das Seil muss 3 + 4 + 5 also 12 gleich lange Abschnitte haben. Dann lässt es sich schnell zu einem rechtwinkligen Dreieck legen. Das wussten schon die alten Ägypter.



## 2. Geographische Grundlagen – Gute Karten

Geographie oder Erdkunde befasst sich mit der Beschreibung der Erde. Karten sind wichtige Hilfsmittel zur Beschreibung der Erde und ihrer Eigenschaften, sozusagen eine Zeichensprache.

Mit Hilfe dieser Karten-Zeichensprache kann auf lange Beschreibungen verzichtet werden. Karten sind viel übersichtlicher als lange Texte, denn sie zeigen Vieles auf einen Blick. Es gibt sehr naturgetreue Karten, die sich in ihren Darstellungen eng an das tatsächliche

Erscheinungsbild der Erdoberfläche anlehnen und sehr schematische Karten, die sich sehr vereinfachter Symbole und Signaturen zur Darstellung bedienen. Eine Karte von einem Schulgelände kann vorhandene Gebäude zum Beispiel nur mit einfachen Strichen und Bäume durch Kreise darstellen.

Eine Karte oder ein Plan zeigt einen Ausschnitt der Erdoberfläche. Eine Karte ist vergleichbar mit dem Abbild eines Geländes, das von oben aufgenommen wurde – ähnlich wie mit einer schwebenden Kamera. Dreidimensionale Gebäude oder Bäume werden in diesem Abbild auf ein zweidimensionales Bild reduziert.

Wenn die gedachte Kamera sehr hoch über dem Schulgelände schwebt, erscheinen das Schulhaus, der Schulhof und die Bäume sehr klein. Dafür passt ein größerer Ausschnitt des Geländes auf das Kartenblatt. Häuser und Straßen aus der Nachbarschaft sind vielleicht mit abgebildet. Weil alle Gegenstände nur noch sehr klein abgebildet werden, können in solchen kleinen Maßstäben kaum Einzelheiten dargestellt werden.

Wenn die „Kamera“ eher niedrig also nah über dem Schulgelände schwebt, erscheinen das Schulhaus und der Schulhof sehr groß. Einzelheiten wie Bänke oder Mülleimer können im großen Maßstab dargestellt werden.

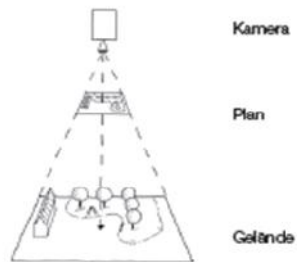
### Möglicher Exkurs zum Thema Maßstab

In der Karte oder im Plan haben alle Gegenstände die gleichen Proportionen wie in der Wirklichkeit. Alle Längenmaße werden um den gleichen Faktor verkleinert. Der Maßstab sagt aus, wie stark die Gegenstände für die Darstellung in der Karte oder im Plan verkleinert wurden.

Beim Einmessen muss der Maßstab bekannt sein, damit die gemessenen Längen in der richtigen Größe in die Karte eingezeichnet werden können. Beim Abstecken muss der Maßstab klar sein, damit die Gegenstände aus dem Plan in der richtigen Größe ins Gelände übertragen werden können. Der Maßstab muss auf jeder Karte und jedem Plan angegeben werden.

## Gute Karten

Eine Karte oder ein Plan bildet ein Gelände ab wie das Bild einer hoch über dem Boden schwebenden Kamera.



Zur Darstellung in der Karte oder im Plan werden alle Längenmaße um den gleichen Faktor verkleinert. Der Maßstab gibt diesen Verkleinerungsfaktor wieder.

Im Maßstab 1:100 betragen alle Maße im Plan nur ein Hundertstel der Originalmaße. Umgekehrt sind alle Maße in Wirklichkeit 100mal so groß wie im Plan.

Maße 1:100: 1 cm im Plan entspricht 1 m im Gelände



Ein Plan im kleinen Maßstab gibt eine gute Übersicht über das Schulgelände und angrenzende Straßen und Häuser. 1:500 oder 1:1000 sind kleine Maßstäbe.

In einem Plan im großen Maßstab können Einzelheiten wie Bänke oder Mülleiner dargestellt werden. 1:100 oder 1:20 sind große Maßstäbe

### 3. Rechte Winkel für runde Formen – Abstecken

Die Aufgabe besteht im Abstecken eines Gestaltungselementes aus einer Planzeichnung auf dem Schulhof im Koordinatenverfahren. Die Schülerinnen und Schüler schlüpfen beim Abstecken in die Rolle von Landschaftsgärtnern. Dabei wird der Satz des Pythagoras zur Konstruktion der rechten Winkel angewendet und der Planmaßstab in Originalmaße im Gelände übertragen.

Die erforderlichen Geräte und Vorbereitungen sind im Anschluss an die Unterrichtseinheiten aufgelistet.

Die Schülerinnen und Schüler sollten in Gruppen zu 4 bis 5 eingeteilt werden. Jede Gruppe erhält eine Kopie der Planzeichnung. Die vorbereitenden Schritte werden darin eingezeichnet.

An der Folie „Rechte Winkel für runde Formen“ können für alle die Vorbereitungsschritte gezeigt werden.

Für die Jahrgangsstufen 5 bis 7 wird eine vereinfachte Aufgabe angeboten. Die Absteckachse und -punkte sind hier schon vorgegeben. Es muss nur noch abgemessen werden.

Für die Jahrgangsstufen 8 bis 10 ist die erweiterte Aufgabe geeignet. Absteckachse und -punkte müssen selbständig in der Zeichnung gelegt werden. Bei der Gruppenarbeit können sich Endergebnisse unterscheiden, so dass höherer Betreuungsaufwand in der Anleitung entstehen kann. Ursachen können im abschließenden Rundgang diskutiert werden. Die Vorbereitung mit Festlegen der Absteckachsen und -punkte erfordert Vorausdenken und bildliches Vorstellungsvermögen.

Für die Vorbereitung im Klassenraum werden ca. 20 Minuten benötigt. Für das Abstecken ca. 45 Minuten. Für den abschließenden Rundgang und die Diskussion der Ergebnisse sollten noch einmal 10 Minuten eingeplant werden.

#### **Vorbereitung an der Planzeichnung im Klassenraum in vier Einzelschritten**

Hier werden Zeichenwerkzeuge und für jede Schülergruppe die kopierten Planzeichnungen benötigt.

Als Planungsbeispiel für die Vermessungsübung – das Abstecken – dient eine Bauminselform mit Sitzgelegenheiten. Ein solches Gestaltungselement ist auf jedem Schulhof zur Begrünung und Verbesserung der Aufenthaltsangebote denkbar. Die einzelnen Elemente sind im Planausschnitt im Maßstab 1: 50 dargestellt. 1 cm in der Zeichnung entspricht dabei 0,5 m in der Realität.

Es empfiehlt sich, im Klassenraum die einzelnen Schritte der Aufgabe zu besprechen, wenn noch alle Gruppen zusammen sind. Hier können auch die vorgeschlagenen Fragen diskutiert werden, da sie zum Grundverständnis der Übung beitragen. Die Schritte I bis III entfallen bei der vereinfachten Aufgabe.

### Die einzelnen Schritte der Aufgabe:

**I.** Als erster Schritt muss eine gerade Absteckachse in die Planzeichnung gelegt werden. Fragen und Antworten zu diesem Schritt sind:

Wo sollte die Absteckachse am besten liegen, damit die wichtigsten Absteckpunkte auf ihr abgebildet werden können und die Strecken von der Achse zu den Absteckpunkten möglichst kurz bleiben? Muss die Absteckachse innerhalb der Grundfigur liegen? Parallel zu einer geraden Kante. Die Absteckachse kann auch auf einer markanten Linie in der Zeichnung liegen, am besten auf der graden Außenkante der Bauminsel.

**II.** Im zweiten Schritt werden die Absteckpunkte für die Grundfigur, die Bänke und Baumstämme festgelegt und fortlaufend nummeriert. Hierbei stellen sich folgende Fragen: Welche Punkte sind für das getreue Abstecken der runden Grundfigur wichtig? Bei runden Formen sind die Scheitel- und Wendepunkte der Kurven wichtig. Bei eckigen Formen Anfangs- und Endpunkte und Knickstellen oder Ecken. Wie viele Absteckpunkte sind erforderlich, um die Formen beim Abstecken möglichst ähnlich abzubilden. Je mehr Punkte abgesteckt werden, umso genauer kann bei runden Formen die Figur abgesteckt werden. Aus Zeitgründen sollten für die Übung insgesamt höchstens ca. 10 Absteckpunkte eingetragen werden.

**III.** Im dritten Schritt muss durch jeden Absteckpunkt mit dem Geodreieck das Lot auf die Absteckachse gefällt werden. Die Schnittpunkte auf der Achse erhalten dieselbe Bezeichnung wie ihre zugehörigen Absteckpunkte.

**IV.** Zuletzt werden die Längenmaße zwischen Absteckpunkten und ihren Lotpunkten auf der Absteckachse und auch die Abstände der Lotpunkte gemessen und in Original-Längenmaße für das Abstecken draußen übertragen. Im Maßstab 1: 50 entspricht dabei 1 cm der Länge von 0,50 m, 2 cm entsprechen 1 m, usw. Die Original-Längenmaße werden in die Zeichnung eingetragen.

(Die weiteren Arbeitsblätter zu dieser Aufgabe findet ihr in einer gesonderten Datei mit demselben Namen.)

Quelle: Alle Materialien dieser Datei erschienen als Broschüre der AuGaLa, Bad Honnef unter dem Titel: Mathematik auf dem Schulgelände